For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

# Gravitation

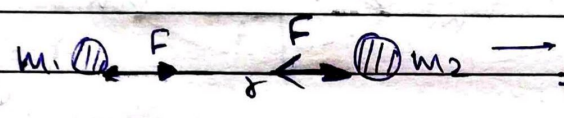
**गुरुत्वाकर्षण बल -**

→ गुरुत्वाकर्षण बल हमेशा आकर्षण बल होता है।

→ यह बल हमेशा संरक्षी होता है।

* → यह बल माध्यम पर निर्भर नहीं करता क्योंकि गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र में प्रेरण नहीं होता।

**→ न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण का नियम -**




$\Rightarrow \vec{F_{12}} = -\vec{F_{21}}$

$\vec{F_{12}} + \vec{F_{21}} = 0$

$$\boxed{F_g = (-)\frac{Gm_1m_2}{r^2}}$$

↳ आकर्षण बल

$F_e = \frac{Kq_1q_2}{r^2}$

$\left[K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \equiv -G\right]$ ; $\frac{1}{\epsilon_0} = 4\pi G$

✓ $\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = -4\pi G(m)$ ⟷ $\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$

→ $G$ = गुरुत्वाकर्षण नियतांक

$= 6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$

Q. → यदि दो द्रव्यमान क्रमशः $m_1$ व $m_2$, व दूरी पर स्थिर अवस्था से छोड़े जाते हैं तो समय के साथ निकाय का संवेग -

(i) बढ़ेगा

(ii) घटेगा

(iii) अशून्य परंतु नियत

(iv) शून्य रहेगा।

$\vec{F_{ext}} = \text{zero}$

$\vec{F_{12}} + \vec{F_{21}} = 0$

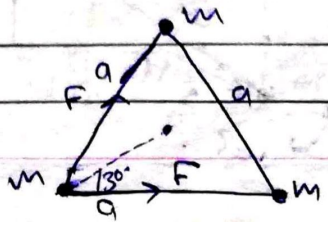
$\therefore p = \text{const.}$

Q. समान द्रव्यमान $m$ के तीन पिण्ड समभुजा के समबाहु त्रिभुज के शीर्ष बिंदुओं पर स्थित हैं।

(i) किसी भी एक कण पर कुल बल

$= \sqrt{3}F$

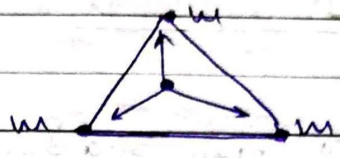
$= \sqrt{3}\frac{Gmm}{a^2}$



For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

(ii) यदि एक अन्य कण त्रिभुज के केंद्र पर रख दिया जाये तो इस कण पर कुल कितना बल लगेगा?

Ans. zero




(iii) यदि तीनों कण एक-दूसरे के गुरुत्वीय प्रभाव में वृत्तीय पथ में गति करें तो प्रत्येक कण की चाल ज्ञात करें।

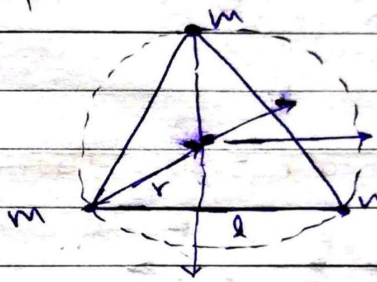
Soln

$$F_{net} = \frac{mv^2}{r}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}\frac{Gmm}{l^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}Gm}{l^2} = \frac{v^2\sqrt{3}}{l}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{Gm}{l}}$$




$$r = \frac{l}{\sqrt{3}}$$

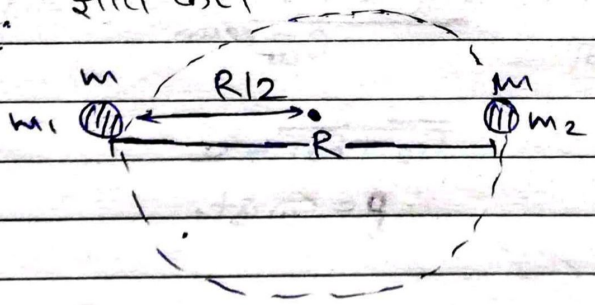
(iv) निकाय का कुल संवेग ?

Ans. zero $[P_{system} = P_{cm}]$ centre → Rest $\Big\}$ $F_1 + F_2 + F_3 = \text{zero}$

P → स्थिर

Q. समान द्रव्यमान m के दो कण एक-दूसरे से R दूरी पर हैं। वे एक-दूसरे के प्रभाव में वृत्तीय पथ में गतिशील हैं। गति का आवर्तकाल ज्ञात करो।

Ans.

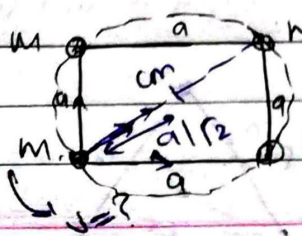



$$\frac{mv^2}{(R/2)} = \frac{Gmm}{R^2}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{Gm}{2R}}$$

$$T = \frac{2\pi R/2}{v} = \pi R\sqrt{\frac{2R}{Gm}}$$

Q.

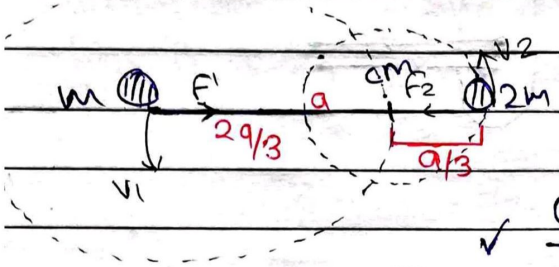



$$\left[\frac{Gmm}{2a^2} + \frac{\sqrt{2}Gmm}{(a/\sqrt{2})^2} = \frac{mv^2}{(a/\sqrt{2})}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{Gmm}{2a^2} + \frac{\sqrt{2}Gmm}{a^2} = \frac{mv^2}{(a/\sqrt{2})}$$

For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

Q. दो पिण्ड जिनके द्रव्यमान m तथा 2m हैं, एक दूसरे से a दूरी पर हैं। वे एक-दूसरे के प्रभाव में बिना एक-दूसरे के बीच दूरी परिवर्तित किये गये गतिशील हैं। प्रत्येक कण की चाल ज्ञात करें।




$\vec{F_1} + \vec{F_2} = 0$ [$F_{ext} = zero$]

$P = zero$

$\checkmark\ mv = const.$

$$\checkmark\ \frac{G(m)(2m)}{a^2} = \frac{mv_1^2}{(2a/3)}$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{4Gm}{3a}}$$

$$\checkmark\ \frac{G(m)(2m)}{a^2} = \frac{2mv_2^2}{(a/3)}$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{Gm}{3a}}$$

$m\vec{v_1} + 2m\vec{v_2} = \vec{P}_{cm} = zero$

$$\checkmark\ \frac{t_m}{t_{2m}} = \frac{mv_1(2a/3)}{(2mv_2)(a/3)}$$

$$= 2:1$$

$$\checkmark\ \frac{T_m}{T_{2m}} = 1:1$$

→ गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र –

क्षेत्र में दो भौतिक राशि ज्ञात करते हैं–

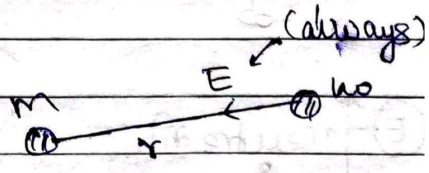
(i) गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र की तीव्रता (E)

$$E = \frac{F}{m}$$ → गुरुत्वीय त्वरण (g)

→ $\frac{N}{kg}$ या $ms^{-2}$

$\checkmark$ $\vec{E}$ की दिशा, बल की दिशा में होती है।

↳ हमेशा पिण्ड की ओर।



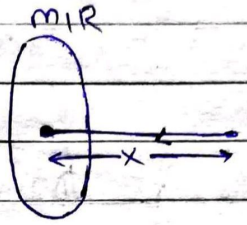

$$F = \frac{-GmM_0}{r^2} \Rightarrow \frac{F}{M_0} = \frac{-Gm}{r^2}$$

$$\boxed{\frac{F_0}{m} = -\frac{Gm}{r^2}}$$

For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

$$\vec{E} = \frac{-GM}{r^2}\hat{r} = \frac{-GM\vec{r}}{r^3}$$

√ वलय – $\left[\frac{-GM}{\sqrt{R^2+x^2}} = V\right]$ ←




axis

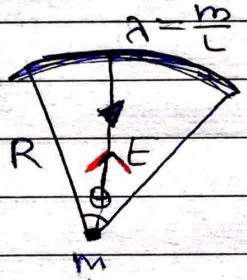
केन्द्र – $E = \frac{GMx}{(R^2+x^2)^{3/2}}$

$E = 0$

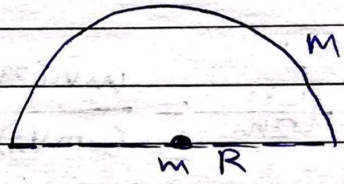
$V = \frac{-GM}{R}$

→ वृत्ताकार चाप –

केन्द्र → $E = \frac{2\lambda}{R}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$




अर्द्धवलय –

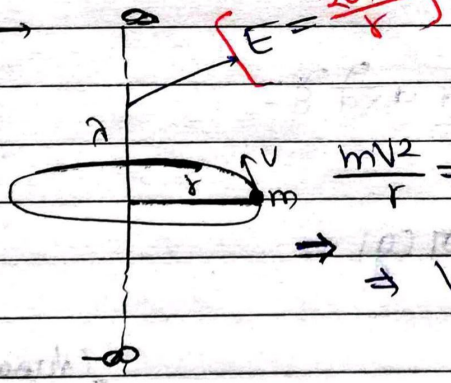



बाप = ? $F = mE$

$= M\left(\frac{2Gm}{\pi R^2}\right)\sin\frac{\pi}{2}$

$= \frac{2GMm}{\pi R^2}$

→




$\left[E = \frac{2G\lambda}{r}\right]$

$\frac{mV^2}{r} = mE = \frac{2G\lambda}{r}$

$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{2G}{\lambda}}$

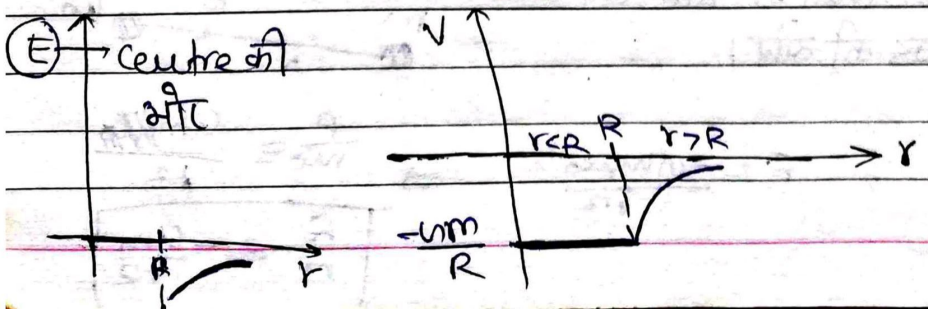
→ खोखला गोला –

$E = 0$

$V_P = \frac{-GM}{R}$

$V_Q = \frac{-GM}{r}$

$G_Q = \frac{-GM}{r^2}$

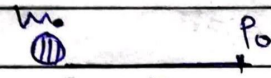


For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

(ii) गुरुत्वीय विभव -

(i) अदिश राशि , सापेक्ष राशि ।

↳ क्योंकि इसका मान क्षेत्र में किसी भी बिंदु पर ज्ञात करने के लिए एक सापेक्ष बिंदु लेते हैं जो सामान्यतः पिण्ड से अनन्त दूरी पर होता है, जहां विभव शून्य लेते हैं।



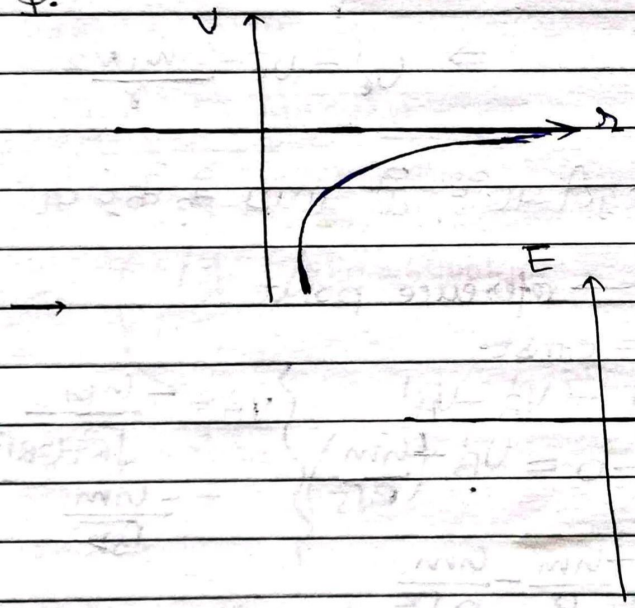
$$V_p = \frac{W_{\infty \to P}}{m_0} \quad \text{J/kg.}$$

$$V_p = -\int_{\infty}^{P} \vec{E} \cdot d\vec{r} \qquad \vec{E} = \frac{-Gm}{r^2}$$

$$\Downarrow$$

$$V_p = \frac{-Gm}{r}$$

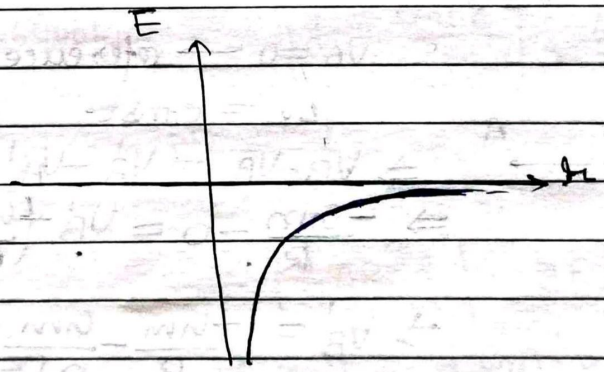
Q. m द्रव्यमान के पिण्ड से दूरी r तथा विभव V के मध्य ग्राफ बनाये।




$$V = \frac{-Gm}{r}$$

$r = 0 \longrightarrow V = -\infty$

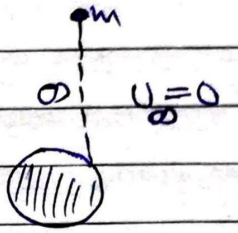
$r = \infty \longrightarrow V = 0$

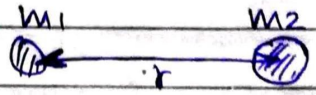



$$E = \frac{-Gm}{r^2}$$

23/3/17

→ गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा (U) - सापेक्ष राशि ।




$$U = \frac{-Gm_1m_2}{r}$$

For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

$r \uparrow \rightarrow U \uparrow \rightarrow V \uparrow \left(V = \frac{U}{m}\right)$

$\Delta V$ ] $\rightarrow$ सापेक्षराशि नहीं है।
$\Delta U$ ]

Ex. → यदि $\infty$ दूरी पर दो पिण्ड $m_1$ तथा $m_2$ की स्थितिज ऊर्जा $U_0$ है तो $r$ दूरी पर निकाय की स्थितिज ऊर्जा क्या होगी?

Soln

$$\Delta U = -\frac{Gm_1m_2}{r}$$

$\Delta U \rightarrow$ निरपेक्ष राशि
$\hookrightarrow$ const.

$$\Rightarrow U_r - U_\infty = -\frac{Gm_1m_2}{r}$$

$$\Rightarrow U_r = U_0 - \frac{Gm_1m_2}{r}$$

or

$$U_r - U_\infty = U_r' - U_\infty'$$

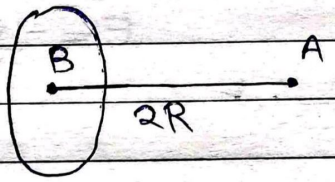
$$\Rightarrow -\frac{Gm_1m_2}{r} - 0 = U_r' - U_0$$

$$\Rightarrow U_r' = U_0 - \frac{Gm_1m_2}{r}$$

→ यदि सापेक्ष बिंदु वलय के केंद्र से $2R$ दूरी पर है तो वलय के केंद्र पर विभव ज्ञात करो। $V=0$

Q.

Soln




$V_A = 0 \rightarrow$ reference point

$\Delta V = \text{const.}$

$$\Rightarrow V_B - V_A = V_B' - V_A'$$

$$\Rightarrow -\frac{Gm}{R} - 0 = V_B' - \left(\frac{Gm}{R\sqrt{5}}\right)$$

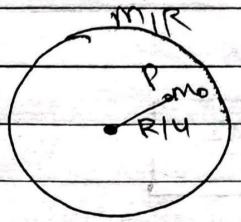
$$V_A' = -\frac{Gm}{\sqrt{R^2+(2R)^2}} = -\frac{Gm}{\sqrt{5}R^2}$$

$$\Rightarrow V_B' = -\frac{Gm}{R} - \frac{Gm}{R\sqrt{5}}$$

$$= -\frac{Gm}{R}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

$\frac{Gm}{R}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}+1\right)$

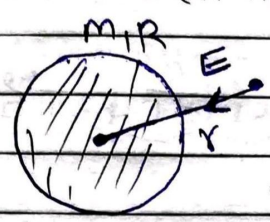
→




$$V = \left(-\frac{Gm}{R}\right)m_0$$

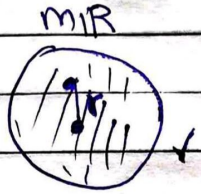
For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

→ ठोस गोला (समान घनत्व) -




$E = \frac{GM}{r^2}$

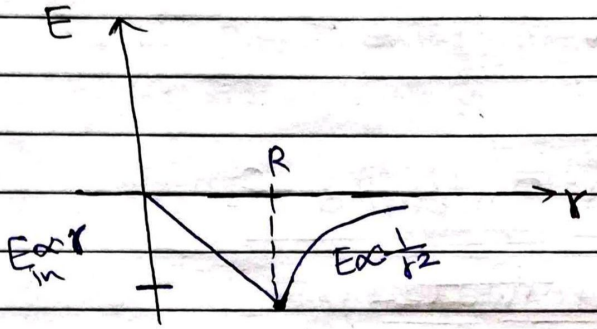
$V = -\frac{GM}{r}$

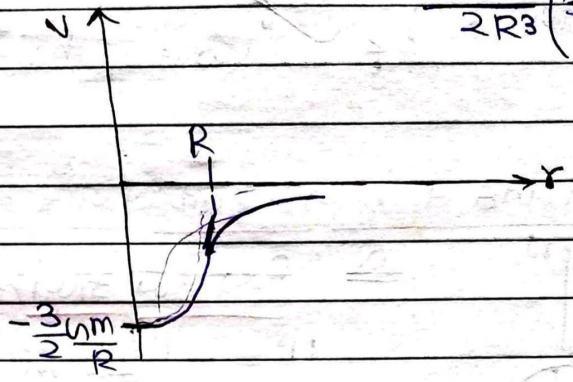



$E = \frac{GMr}{R^3}$ ($E_{in} \propto r$)

$E = -\frac{3}{2}\frac{GM}{R}\left(1 - \frac{1}{3}\frac{r^2}{R^2}\right)$

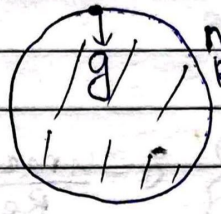
$= -\frac{GM}{2R^3}(3R^2 - r^2)$




→ गृह के कारण गुरुत्वीय त्वरण -

① पृथ्वी की सतह पर -




m = 8V

$r_{eq.} > r_{pole}$

$g = \frac{GMe}{Re^2} = 9.8 m/s^2$

$R \leq 10km$

$GMe = gR_e^2$

$\Rightarrow G\left(\frac{4}{3}\pi R_e^3 \rho\right) = gR_e^2$

$\Rightarrow g = \frac{4}{3}G\pi R_e \rho_e$

→ चंद्रमा की सतह पर गुरुत्वीय त्वरण $g/6$ होता है।

Q. एक ग्रह का घनत्व, पृथ्वी का 3गुना तथा त्रिज्या आधी है। यदि एक पुरुष का पृथ्वी पर अधिकतम भार 20m है तो उस ग्रह पर इसका अधिकतम भार क्या होगा? $\left(\frac{u^2}{g}\right)_e = 20 mt.$

Sol^n $u_p$

$\frac{u^2}{g_p} = \frac{u^2}{g_e(3/2)} = \frac{2}{3}\frac{u^2}{g} \Rightarrow \frac{40}{3} mt.$

$g_p = g_e \times \frac{3}{2}$

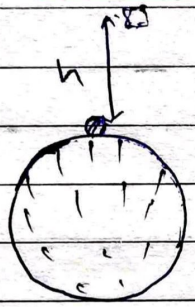
For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

Q. पृथ्वी का घनत्व इसकी त्रिज्या R पर कैसे निर्भर करता है-

Ans. (i) $\propto R_e$
(ii) $\propto \frac{1}{R_e}$
(iii) $\propto R_e^2$
(iv) $\propto \frac{1}{R_e^2}$ ✓ (v) None of these

✓ घनत्व पदार्थ पर निर्भर करता है।

→ पृथ्वी सतह से h ऊंचाई तक ले जाने में किया गया कार्य-
or स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन-




$$U_i = -\frac{GM_e}{R_e} m$$

$$U_f = -\frac{GM_e}{(R_e+h)} m$$

✓ $$\Delta U = U_f - U_i = -GmeM\left(\frac{1}{(R_e+h)} - \frac{1}{R_e}\right)$$

$$\Delta U = GMem\left(\frac{1}{R_e} - \frac{1}{R_e+h}\right)$$

✓ $$\Delta U = gR_e^2 m\left(\frac{h}{R_e(R_e+h)}\right)$$

$g = \frac{GM_e}{R_e^2}$

$$\Delta U = \frac{mgh}{\left(1+\frac{h}{R_e}\right)}$$ → Ans.

Q. मध्यमान के पिण्ड को पृथ्वी सतह से Re height तक ले जाने में कितना कार्य करने पड़ेगा?

Sol. $$\Delta U = \frac{mgh}{\left(1+\frac{R_e}{R_e}\right)} \overset{h=R_e}{=} \frac{mgR_e}{2}$$

For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

Q. एक पिण्ड को पृथ्वी सतह से 10m/s के वेग से फेंका जाता है तो पिण्ड कितनी max. ऊंचाई तक जायेगा?

Ans. $H = \frac{u^2}{2g} = \frac{10\times10}{2\times10} = 5mt$

Q. यदि इस Que में प्रारंभिक वेग 5km/sec. है तो पिण्ड कितनी max. height तक जायेगा?

Ans.
$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{mgh}{\left(1+\frac{h}{Re}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\times5000\times5000 = \frac{10\times h}{\left(1+\frac{h}{Re}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\times5000\times5000\left(1+\frac{h}{6400\times10^3}\right) = 10h$$

$$\Rightarrow \frac{25}{2}\times10^5\times\left(1+\frac{h}{6400000}\right) = h$$

$$\Rightarrow 25\times10^5 + \frac{25\times10^5 h}{6400\times10^3} = 2h$$

$$\Rightarrow 25\times10^5 + \frac{25h}{64} = 2h$$

$$\Rightarrow 25\times10^5 = \frac{103}{64}h$$

$$\Rightarrow h = \frac{64\times25\times10^5}{103}mt.$$

Q. एक पिण्ड को पृथ्वी की सतह से 2R ऊंचाई से छोड़ा जाता है तो पिण्ड पृथ्वी की सतह पर कितने वेग से टकरायेगा?

Ans.
$$\frac{mgh}{1+\frac{h}{R}} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow \frac{mg(2R)}{1+\frac{2R}{R}} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow \frac{2gR}{3} = \frac{1}{2}v^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{4gRe}{3}}$$

For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

→ पलायन वेग Escape velocity ($V_e$) –

वह न्यूनतम वेग जिससे फेंके जाने पर वस्तु अनन्त दूरी पर चली जाये या वापिस ना आये।

पृथ्वी के सतह से $V_e$ → ∞

$M_e$, $R_e$

$U_i + K.E_i = U_f + K.E_f$ ] total energy = const.

$\Rightarrow -\frac{GMem}{R_e} + \frac{1}{2}mV_e^2 = 0$

$\Rightarrow \frac{GMem}{R_e} = \frac{1}{2}mV_e^2$

$\Rightarrow \boxed{V_e = \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}}}$ ; $\boxed{V_e = \sqrt{2gR_e}}$

$\simeq 11.2 km/sec.$

$g = \frac{GM_e}{R_e^2}$ ]

→ सतह से h ऊंचाई पर गुरुत्वीय त्वरण –

24/3/17

h, m, $M_e$, $R_e$

$g_h = \frac{GM_e}{(R_e+h)^2}$ —(i)

$g = \frac{GM_e}{R_e^2}$ —(ii)

by (i) & (ii) eq. –

$g_h = \frac{g R_e^2}{(R_e+h)^2}$

$\boxed{g_h = g \Big/ \left(1+\frac{h}{R_e}\right)^2}$ ; $\frac{h}{R_e} \ll\ll 1$

$\Downarrow$

$\boxed{g_h = g\left(1-\frac{2h}{R_e}\right)}$

$h \leq 500 km.$

✓ $\boxed{g_h = g \; ; \; h \leq 10km}$

For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

Q. $h = Re$ पर -

$g_h = g\left(1+\frac{Re}{Re}\right)^2$

$= g/4$

$h = 300km.$

$g_h = g\left(1-\frac{2\times300}{6400}\right)$

$= \frac{29g}{32}$

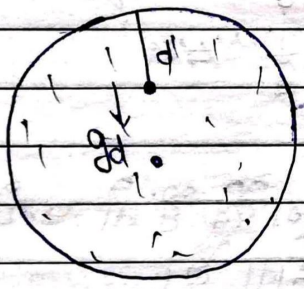
$h = Re/2$ –

$g_h = g\left(1+\frac{Re}{2Re}\right)^2$

$= \frac{g}{(3/2)^2}$

$= \frac{4}{9}g$

सतह से d गहराई पर गुरुत्वीय त्वरण :-




$g_d = \frac{GMer}{Re^3}$ → गोले के केंद्र से दूरी

$= \frac{gRe^2(Re-d)}{Re^3}$

$g_d = g\left(1-\frac{d}{Re}\right)$ → पृथ्वी सतह से दूरी

→ पृथ्वी के केंद्र पर $g = zero$

Q. पृथ्वी की सतह से 500km. की गहराई पर तथा सतह से h ऊंचाई पर त्वरण का मान समान है तो $h = ?$

Ans.

$g_h = g_d$

$g\left(1-\frac{2h}{Re}\right) = g\left(1-\frac{500}{Re}\right)$

$\Rightarrow \frac{2h}{Re} = \frac{500}{Re}$

$\Rightarrow h = 250km.$

For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

Q. पृथ्वी सतह से R/4 गहराई तथा सतह से h ऊंचाई पर त्वरण का मान बराबर है। h का मान ज्ञात करें।

Sol$^n$

$$g_h = g_d$$

$$\Rightarrow g\left(1-\frac{2h}{Re}\right) = g\left(1-\frac{d}{Re}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{Re}{4Re} = \frac{2h}{Re}$$

$$\Rightarrow h = \frac{Re}{8} \Rightarrow 800km$$

formula xx

So $g\left(1-\frac{d}{Re}\right) = \frac{g}{\left(1+\frac{h}{Re}\right)^2}$

$$\Rightarrow \frac{3g}{4} = \frac{g}{\left(1+\frac{h}{Re}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{4}{3}} = \left(1+\frac{h}{Re}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{Re} \Rightarrow h = Re\left(\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\Rightarrow$$

पलायन वेग -

जब वस्तु को पलायन वेग के बराबर वेग देते हैं तो प्रत्येक स्थिति पर इसकी कुल ऊर्जा का मान zero होता है।

[KE+PE = zero]

Q एक ग्रह का घनत्व पृथ्वी का 3 गुना तथा त्रिज्या 2 गुना है। यदि पृथ्वी की सतह पर पलायन वेग v है तो ग्रह की सतह पर पलायन वेग?

Sol$^n$

$$v = \sqrt{2gRe} \propto \sqrt{2\cdot 3Re\cdot Re}$$

$g \propto 3Re$

$g' \to 3g\,2Re = 6gRe$

$$v' = \sqrt{2(6gRe)2Re}$$

$$= \sqrt{2\times g3eRe\times 12}$$

$$= \sqrt{12}v$$

Q. पृथ्वी की सतह से m द्रव्यमान के पिण्ड को अनन्त तक ले जाने में कितना न्यूनतम कार्य करना पड़ेगा?

(i) mgRe (ii) 2mgRe (iii) 3mgRe (iv) ∞

$$\Delta U = W = \frac{mgh}{\left(1+\frac{h}{Re}\right)}$$

For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

Q. पृथ्वी सतह से R/4 गहराई तथा सतह से h ऊंचाई पर त्वरण का मान बराबर है। h का मान ज्ञात करें।

Soln

$g_h = g_d$

$\Rightarrow g\left(1-\frac{2h}{Re}\right) = g\left(1-\frac{d}{Re}\right)$

$\Rightarrow \frac{Re}{4Re} = \frac{2h}{Re}$

$\Rightarrow h = \frac{Re}{8} \Rightarrow 800km$

formula ××

So $g\left(1-\frac{d}{Re}\right) = \frac{g}{\left(1+\frac{h}{Re}\right)^2}$

$\Rightarrow \frac{3g}{4} = \frac{g}{\left(1+\frac{h}{Re}\right)^2}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{4}{3}} = \left(1+\frac{h}{Re}\right)^2$

$\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} = 1+\frac{h}{Re} \Rightarrow h = Re\left(\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$

$\Rightarrow$ ~~$\frac{R}{4}$ HM~~

पलायन वेग -

जब वस्तु को पलायन वेग के बराबर वेग देते हैं तो प्रत्येक स्थिति पर इसकी कुल ऊर्जा का मान zero होता है।

[KE+PE = zero]

Q एक ग्रह का घनत्व पृथ्वी का 3 गुना तथा त्रिज्या 2 गुना है। यदि पृथ्वी की सतह पर पलायन वेग v है तो ग्रह की सतह पर पलायन वेग?

Soln

$v = \sqrt{2gRe} \propto \sqrt{2gReRe}$

$g \propto gRe$

$g' \rightarrow 3g\,2Re = 6gRe$

$v' = \sqrt{2(6gRe)2Re}$

$= \sqrt{2 \times g3eRe \times 12}$

$= \sqrt{12}v$

Q. पृथ्वी की सतह से m द्रव्यमान के पिण्ड को अनन्त तक ले जाने में कितना न्यूनतम कार्य करना पड़ेगा?

(i) mgRe (ii) 2mgRe (iii) 3mgRe (iv) ∞

$\Delta U = W = \frac{mgh}{\left(1+\frac{h}{Re}\right)}$

For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

Sol$^{n}$ $W = \Delta K$

$= \frac{1}{2}mv^2$

$= \frac{1}{2}m(\sqrt{2gRe})^2$

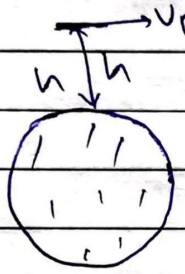
$= mgRe$

$\Delta U = \frac{mgh}{1+\frac{h}{Re}}$

or $= \frac{mg}{\frac{1}{h}+\frac{1}{Re}}$ $\left[0 = \frac{1}{\infty}\right]$

$= mgRe$

→ पृथ्वी सतह से h ऊंचाई पर पलायन वेग -




$TE = 0$

$K + U = 0$

$\frac{1}{2}mv_e^2 - \frac{GmeM}{(Re+h)} = 0$

$\Rightarrow \boxed{v_e = \sqrt{\frac{2GMe}{Re+h}} = \sqrt{\frac{2gRe}{1+\frac{h}{Re}}}}$ → सतह से ऊंचाई

Q. पृथ्वी के केंद्र से 3R दूरी पर $v_e$=?

Ans. (i) $\sqrt{gRe}$ (ii) $\sqrt{\frac{gRe}{3}}$ (iii) $\sqrt{\frac{2gRe}{3}}$ (iv) None of these

$v_e = \sqrt{\frac{2gRe}{1+\frac{2Re}{Re}}}$

$= \sqrt{\frac{2gRe}{3}}$

सतह से $= 2Re = h$

$(Re+h) = 3Re$

Q. पृथ्वी के केंद्र पर पलायन वेग -

(i) $\sqrt{\frac{GMe}{3Re}}$ (ii) $\sqrt{\frac{3GMe}{Re}}$ (iii) $\sqrt{\frac{2GMe}{Re}}$ (iv) $\sqrt{\frac{GMe}{Re}}$ (v) $\infty$

Ans.

$v_e = \sqrt{\frac{2GMe}{(Re+h)}} = \sqrt{\frac{2gRe}{1+\frac{h}{Re}}}$

~~$\sqrt{\frac{2GMe}{Re}}$~~

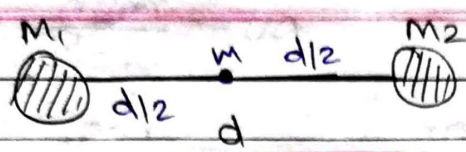
for escape velocity $TE = 0$

$K + U = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_e^2 = \frac{3GMeM}{2Re}$ ✓

$\Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{3GMe}{Re}}$

For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

Q. 

इनके जोड़ने वाली रेखा के मध्य बिंदु पर पलायन वेग ज्ञात करें।

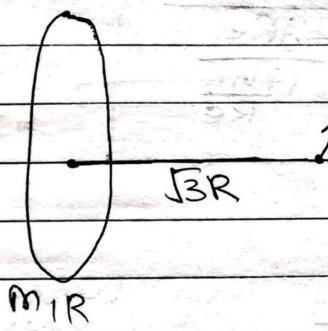
Sol^n $K+U=0$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_e^2 - \frac{Gm_1m}{(d/2)} - \frac{Gm_2m}{(d/2)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_e^2 = \frac{4G(m_1+m_2)m}{d}$$

$$\Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{4G(m_1+m_2)}{d}}$$

Ex. पलायन



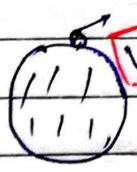

$K+U=zero$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_e^2 - \frac{GmM}{(\sqrt{R^2+(\sqrt{3}R)^2})} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_e^2 = \frac{GmM}{2R}$$

$$\Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{Gm}{R}}$$

→ यदि किसी वस्तु को पलायन वेग से ज्यादा वेग देंगे तो वस्तु क्षेत्र से बाहर निकल जायेगी तथा इसकी कुल ऊर्जा +ive होगी।




$K_i+U_i = K_f+U_f$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_e m}{R_e} = \frac{1}{2}mv_\infty^2 + 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}}\right)^2 m = \frac{1}{2}mv_\infty^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_e^2 = \frac{1}{2}mv_\infty^2$$

$$\Rightarrow v_\infty = \sqrt{v^2 - v_e^2}$$

For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

Q. एक कण को पृथ्वी की सतह से ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर फेंका जाता है। अधिकतम ऊंचाई पर कण का वेग?

(i) यदि कण का प्रारंभिक वेग = $\sqrt{\frac{4gRe}{3}}$ $(V<Ve)$

(ii) $V_i = \sqrt{\frac{7gRe}{3}} \rightarrow (V>Ve)$ ⇓ zero

Sol^n

(ii) $K_i + U_i = K_f + U_f$

$\Rightarrow \frac{1}{2}m\left(\frac{7gRe}{3}\right) - \frac{GMem}{Re} = \frac{1}{2}mV_\infty^2 + 0$

$\Rightarrow V_\infty = \sqrt{V^2 - Ve^2}$

$= \sqrt{\frac{7gRe}{3} - 2gRe}$

$= \sqrt{\frac{gRe}{3}}$

✓ max. height = ∞

(iii) $h_{max.} = ?$

✓ $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{mgh}{1+\frac{h}{R}}$ } max. height पर जाकर रुक जायेगा $V = zero$ $(V<Ve)$

$\Rightarrow \frac{1}{2}m\left(\frac{4gRe}{3}\right) = \frac{mgh}{1+\frac{h}{Re}}$

$\Rightarrow \frac{4Re}{6} = \frac{h}{1+\frac{h}{Re}}$

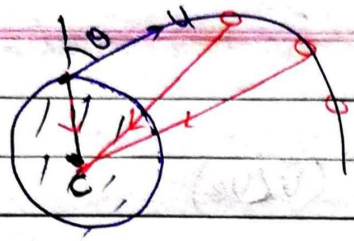
$\Rightarrow 3h = \left(2+\frac{2h}{Re}\right)Re$

$\Rightarrow 3h = 2Re + 2h$

$\Rightarrow 3h - 2h = 2Re$

$\Rightarrow h_{max.} = 2Re$

For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com



पथ - परवलयाकार
कुल ऊर्जा = नियत ($V < V_e$)
$\tau = 0$ तो कोणीय संवेग संरक्षित होगा।
(पृथ्वी के केंद्र के सापेक्ष)
$[\vec{\tau}_c = \text{zero}]$ magnitude & direction

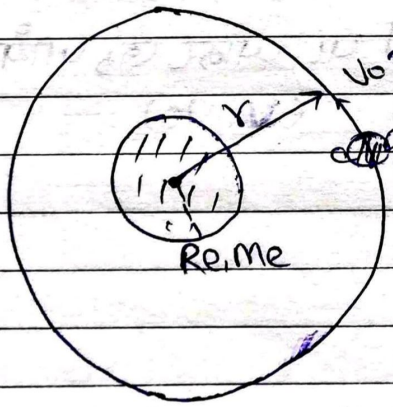
**उपग्रह Satellite :-**

उपग्रह गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र में स्वतंत्र रूप से गति करता हुआ पिण्ड है।

→ उपग्रह के अंदर हमेशा भारहीन महसूस करते हैं।
↳ pendulum का आवर्तकाल $= \infty$

→ उपग्रह के दो संभव पथ होते हैं - वृत्ताकार तथा दीर्घवृत्ताकार

① वृत्ताकार -




gravitational force

$$\frac{GM_eM_s}{r^2} = \frac{M_sv_0^2}{r}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_0 = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_e}{r}}$$

$$\boxed{v_e = \sqrt{2}v_0}$$

Q. एक उपग्रह v वेग से गतिशील है तो इसकी गतिज ऊर्जा ज्ञात कीजिये पलायन कीजिये।

Sol$^n$ $v_e = \sqrt{2}v_0 = \sqrt{2}v$

$$KE = \frac{1}{2}mv_e^2$$

$$= \frac{1}{2}m(\sqrt{2}v^2)$$

$$= mv^2$$

$$T = \frac{2\pi r}{v_0} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_e}{r}}}$$

$$T = \frac{2\pi r^{3/2}}{\sqrt{GM_e}}$$

For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

→ $T \propto r^{3/2}$
$T^2 \propto r^3$

गतिज ऊर्जा - $\frac{1}{2} m_s \frac{G m_e}{r}$
$= \frac{G m_e m_s}{2r}$

स्थितिज ऊर्जा - $-\frac{G m_e m_s}{r}$

$TE = K + U = \frac{-1}{2} \frac{G m_e m_s}{r}$

$KE = -TE$
$2TE = PE$

25/3/17
→ यदि उपग्रह पृथ्वी की सतह के निकट है तो -

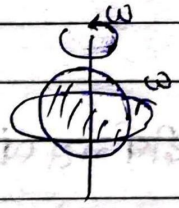
$V_o = \sqrt{\frac{G m_e}{R_e}} = \sqrt{g R_e} \simeq 8 km/sec.$ (max.)

$\checkmark T^2 = \frac{4\pi^2}{g R_e^2} R_e^3$

$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} = 84.6 min.$ (minimum)

→ भू-स्थिर उपग्रह -

पृथ्वी के सापेक्ष स्थिर हो।

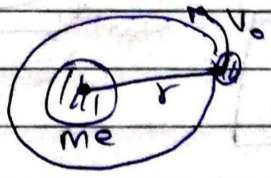


$T = 24 hr.$
$r = 7R_e$ (सतह से ऊँचाई = $6R_e$)

→ संचार उपग्रह।

$\checkmark L = m_s V_o r$
$= m_s \sqrt{\frac{G m_e}{r}} r$

$L = \sqrt{G m_e m_s^2 r}$




$\checkmark TE = -\frac{G m_e m_s}{2r}$, $KE = \frac{G m_e m_s}{2r}$, $U = -\frac{G m_e m_s}{r}$

For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

→ उपग्रह को पलायन के लिए दी गई न्यूनतम ऊर्जा या कार्य -

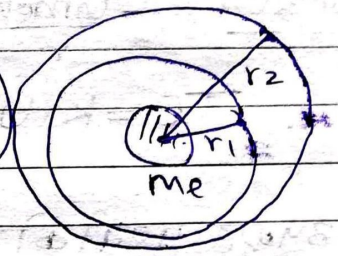
$$W = 0 - \left(\frac{-GmeMs}{2r}\right)$$

$$= +\frac{GmeMs}{2r} \longrightarrow \text{बंधन ऊर्जा}$$

→ उपग्रह के वृत्त की त्रिज्या $R_1$ से $R_2$ करने में किया गया कार्य -

$$W = TE_f - TE_i$$

$$= -\frac{GmeMs}{2R_2} - \left(\frac{-GmeMs}{2R_1}\right)$$

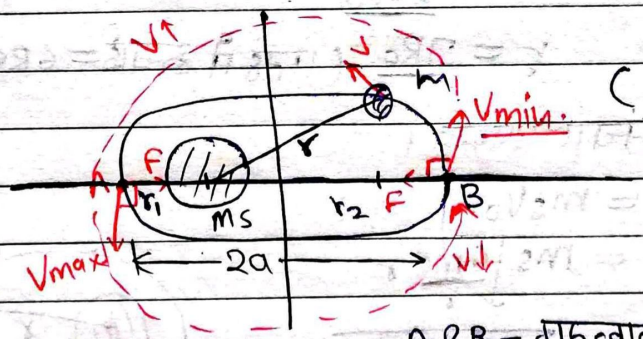



$$W = \frac{-GmeMs}{2}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$$

(2.) दीर्घवृत्ताकार पथ -

केप्लर का नियम -

① 1st - प्रत्येक ग्रह सूर्य के चारों ओर दीर्घवृत्ताकार पथ में घूमता है जहां सूर्य दीर्घवृत्त के एक नाभिक पर स्थित होता है।




$(r_1 + r_2$ - दीर्घ अक्ष लंबाई)

$(r_1 + r_2 = 2a)$

↓

अर्द्ध दीर्घ अक्ष की length

A & B - युक्त्वाकर्षण बल द्वारा प्रदान, शक्ति = zero

| $TE = \text{const.}$ |
|---|
| $K + U = \text{const}$ |

सूर्य के केंद्र के सापेक्ष

$\tau_c = \text{zero}$

$\vec{L_c} = \text{const.}$

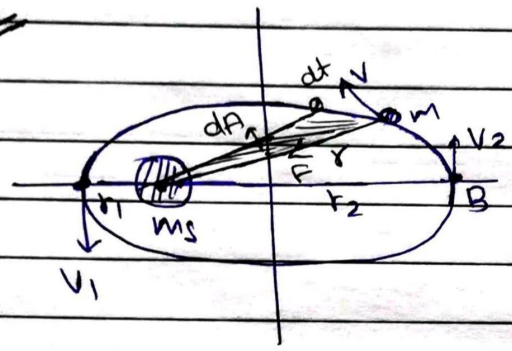
For more free Study material
visit : www.sbgstudy.com

$L_A = L_B$

$\Rightarrow m_1 v_1 \cdot r_1 = m v_2 \cdot r_2$

$\Rightarrow \boxed{v_1 r_1 = v_2 r_2}$ ; $\boxed{v_{max} \cdot r_{min} = v_{min} \cdot r_{max}}$

2nd




$dA = \frac{1}{2}|\vec{r} \times \vec{v} dt|$

$mR \frac{dA}{dt} = |\vec{r} \times \vec{v_m}|$

$\Rightarrow \boxed{2m \frac{dA}{dt} = L}$ ; $\boxed{\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2m}}$

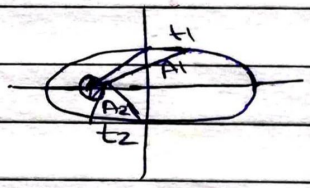
$\frac{dA}{dt}$ = const.

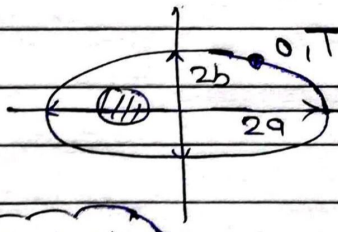
(E. & L conserved)

क्षेत्रफलीय वेग

2nd law

ग्रह को सूर्य से जोड़ने वाला त्रिज्या सदिश → $\boxed{\frac{A_1}{t_1} = \frac{A_2}{t_2}}$




$A = \pi ab$

$a = \frac{r_1 + r_2}{2}$

$\left(L = \frac{2mA}{T}\right)$

$\boxed{T^2 = \frac{4\pi^2}{Gm_s} a^3}$

$T^2 \propto a^3$ 3rd law